UNIVERZITET U NIŠU
ELEKTRONSKI FAKULTET

Goran Stančić

SIGNALI I SISTEMI

Zbirka zadataka

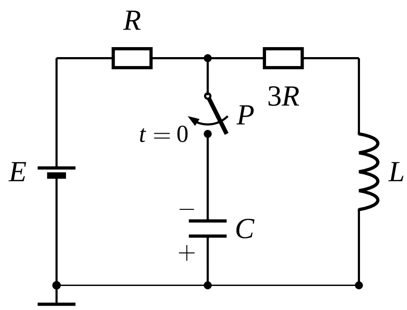
NIŠ, 2012.

Sadržaj

1

Zadaci

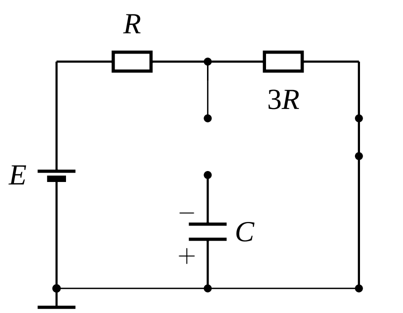
Zadatak 1. Kolo sa slike 1.1 se nalazi u stacionarnom stanju. U trenutku $t = 0$ prekidač se zatvara. Odrediti struju kroz kalem $i_L(t)$ posle komutacije. Poznato je: $E = 10V$, $R = 10\Omega$, $L = 10mH$, $C = 100\mu F$. Početni napon na kondenzatoru iznosi $U_c(0^+) = 10V$, sa polaritetom kao na slici.



Sl. 1.1:

Rešenje:

U stacionarnom stanju, u trenutku $t = 0^-$, vrednost sruje kroz kalem može biti određena sa slike 1.2



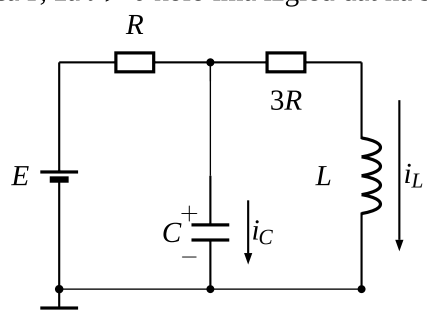
Sl. 1.2:

$$i_L(0^-) = \frac{E}{R+3R} = \frac{10}{40} = 0.25A \tag{1.1}$$

Početni napon na kondenzatoru je već dat i iznosi

$$u_C(0^-) = 10V \tag{1.2}$$

Posle zatvaranja prekidača P, za $t > 0$ kolo ima izgled dat na slici 1.3.



Sl. 1.3:

Rešenje je jednoznačno i ne zavisi od toga po kojoj promenljivoj se diferencijalna jednačina koja opisuje kolo rešava. Treba imati u vidu sledeće veze:

$$\begin{array}{ll} i_C = C\frac{du_C(t)}{dt} = C\frac{du_C}{dt} & u_C = \frac{1}{C}\int i_c(t)dt = \frac{1}{C}\int i_c dt \\ u_L = L\frac{di_L(t)}{dt} = L\frac{di_L}{dt} & i_L = \frac{1}{L}\int u_L(t)dt = \frac{1}{L}\int u_L dt \end{array} \tag{1.3}$$

U daljim jednačinama će se podrazumevati da su veličine funkcije vremena, tako na primer umesto oznake $u_C(t)$ koristiće se u_C.

Diferencijalnu jednačinu koja opisuje kolo formiraćemo po promenljivoj i_L. Sa slike 1.3 se vidi da je

$$u_C = u_L + u_{3R} = L\frac{di_L}{dt} + 3Ri_L. \tag{1.4}$$

Struja kroz kondenzator ima vrednost

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = C\left[L\frac{d^2i_L}{dt^2} + 3R\frac{di_L}{dt}\right]. \tag{1.5}$$

Zatvarajući konturu kroz bateriju, dolazimo do izraza

$$\begin{aligned} E &= u_R + u_{3R} + u_L = R(i_C + i_L) + 3Ri_L + L\frac{di_L}{dt} \\ &= Ri_C + Ri_L + 3Ri_L + L\frac{di_L}{dt} \\ &= R\left[C\left[L\frac{d^2i_L}{dt^2} + 3R\frac{di_L}{dt}\right]\right] + 4Ri_L + L\frac{di_L}{dt} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Sređivanjem ovog izraza se dobija diferencijalna jednačina

$$RLC\frac{d^2i_L}{dt^2} + [L + 3R^2C]\frac{di_L}{dt} + 4Ri_L = E \tag{1.7}$$

koja posle smene poznatih vrednosti za R, L , C i E postaje

$$10^{-5}\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 4\cdot 10^{-2}\frac{di_L}{dt} + 40 i_L = 10 \tag{1.8}$$

odnosno

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 4000\frac{di_L}{dt} + 4\cdot 10^6 i_L = 10^6 \tag{1.9}$$

dobijena je nehomogena diferencijalna jednačina drugog reda.

Najpre ćemo odrediti rešenje homogenog dela ove jednačine, tj.

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 4000\frac{di_L}{dt} + 4\cdot 10^6 i_L = 0. \tag{1.10}$$

Karakteristična jednačina dobijene diferencijalne jednačine ima oblik

$$s^2 + 4000s + 4\cdot 10^6 = 0 \tag{1.11}$$

čija su rešenja

$$s_{1,2} = \frac{-4000 \pm \sqrt{16\cdot 10^6 - 4\cdot 4\cdot 10^6}}{2} = -2000. \tag{1.12}$$

S obzirom da su rešenja karakteristične jednačine identična, homogeni deo rešenja polazne diferencijalne jednačine je oblika

$$i_{Lh} = (K_1 + K_2 t)e^{s_{1,2}t} = (K_1 + K_2 t)e^{-2000t}. \tag{1.13}$$

S obzirom da je pobudni generator konstantne vrednosti u vremenu, takav će biti i prinudni odziv, dakle

$$i_{Lp} = C = const. \tag{1.14}$$

Kako je

$$\frac{di_{Lp}}{dt} = 0 \qquad \text{i} \qquad \frac{d^2 i_{Lp}}{dt^2} = 0 \tag{1.15}$$

smenom u polaznu diferencijalnu jednačinu 1.9, koju mora da zodovolji, dobija se

$$0 + 4000\cdot 0 + 4\cdot 10^6 C = 10^6 \tag{1.16}$$

odnosno

$$C = \frac{1}{4} = 0.25(A). \tag{1.17}$$

Konačno rešenje za struju kalema je oblika

$$i_L = i_{Lh} + i_{Lp} = (K_1 + K_2 t)e^{-2000t} + 0.25(A). \tag{1.18}$$

Na osnovu početnih uslova (napona na kondenzatoru i struje kroz kalem u trenutku $t = 0^+$, odredićemo vrednosti konstanti K_1 i K_2.

Kod regularne komutacije, što je slučaj u ovom kolu, struja kroz kalem ne može naglo da se promeni, tj. važi

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.25(A). \tag{1.19}$$

Smenom $t = 0$ u izraz 1.18 se dobija

$$0.25 = (K_1 + K_2 \cdot 0)e^{2000\cdot 0} + 0.25 = K_1 + 0.25 \tag{1.20}$$

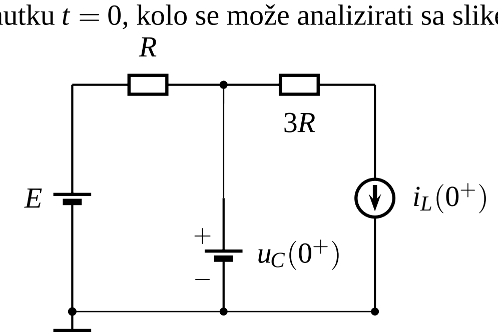
odakle zaključujemo da je $K_1 = 0$. Sada izraz za struju kalema poprima oblik

$$i_L = i_{Lh} + i_{Lp} = K_2 t e^{-2000t} + 0.25(A). \tag{1.21}$$

i preostalo je samo da se odredi još vrednost konstante K_2. Kod regularne komutacije nije moguća nagla promena napona na kondenzatoru tj. $u_C(0^+) = u_C(0^-)$. To znači da se u trenutku $t = 0$ (**samo u tom trenutku**)kondenzator može posmatrati kao naponski generator vrednosti napona $u_C(0^-)$. Na slici 1.3 je polaritet napona u_C u skladu sa strujom kroz kondenzator, ali suprotne orjentacije od napona na slici 1.1, tako da je $u_C(0^+) = -10V$ (jer za $t > 0$ koristimo sliku 1.3).

U slučaju regularne komutacije struja kroz kalem ne mozže naglo da promeni vrednost, tj. $i_L(0^+) = i_L(0^-)$, tako da se u trenutku $t = 0$ kalem može posmatrati kao izvor konstantne struje vrednosti $i_L(0^-)$ (**samo u tom trenutku**).

Dakle (**samo**) u trenutku $t = 0$, kolo se može analizirati sa slike 1.4



Sl. 1.4:

Struja kroz otpornik R ima vrednost

$$i_R(0^+) = \frac{E - u_C(0^+)}{R} = \frac{10 - (-10)}{10} = 2(A). \tag{1.22}$$

Kako struja kroz kalem ima vrednost $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.25A$, zaključujemo da struja kroz kondenzator iznosi

$$i_C(0^+) = i_R(0^+) - i_L(0^+) = 2 - 0.25 = 1.75(A) \tag{1.23}$$

Na osnovu poznatog napona na kondenzatoru i struje kroz kalem lako se može izračunati napon na kalemu u $t = 0^+$

$$u_L(0^+) = u_C(0^+) - 3Ri_L(0^+) = -10 - 3 \cdot 10 \cdot 0.25 = -17.5(V). \tag{1.24}$$

Kako je $u_L = L\frac{di_L}{dt} = -17.5$, za izvod struje kalema se dobija

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{-17.5}{L} = \frac{-17.5}{10 \cdot 10^{-3}} = -1.75 \cdot 10^3 = -1750. \tag{1.25}$$

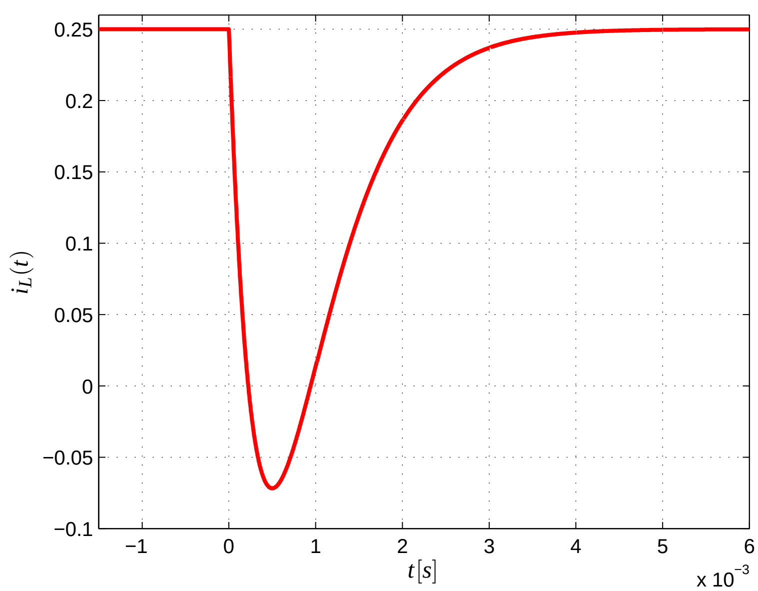
Izračunavanjem izvoda izraza 1.21

$$\frac{di_L}{dt}|_{t=0^+} = \left[K_2 e^{-2000t} + (-2000) \cdot K_2 t \cdot e^{-2000t} + 0\right]|_{t=0^+} = K_2. \tag{1.26}$$

nalazimo da je na osnovu izraza 1.25 $K_2 = -1750$. Dakle konačni izraz za struju kalema glasi

$$i_L(t) = 0.25 - 1750te^{-2000t} \qquad \text{za} \qquad t > 0 \tag{1.27}$$

Struja kalema je prikazana na slici 1.5.



Sl. 1.5: Struja kroz kalem $i_L(t)$.

Rešenje ne zavisi od izbora promenljive po kojoj se diferencijalna jednačina rešava. Na primer, ista može biti rešena preko struje kroz kondenzator i_C. Posle određenih početnih uslova ($i_L(0) = 0.25A$ i $u_C(0^-) = 10V$), na osnovu kola prikazanog na slici 1.3, može se odrediti struja kroz otpornik R kao

$$i_R = \frac{E - u_C}{R} = \frac{E}{R} - \frac{u_C}{R}. \tag{1.28}$$

Očigledno važi da je

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} \qquad \text{i} \qquad i_L = i_R - i_C. \tag{1.29}$$

Zatvaranjem konture kroz kalem, otpornik $3R$ i kondenzator dobija se izraz

$$u_L + u_{3R} = u_C \qquad \text{odnosno} \qquad L\frac{di_L}{dt} + 3Ri_L = u_C \tag{1.30}$$

Smenom izraza 1.29 u 1.30 dobija se

$$L\Big[\frac{di_R}{dt} - \frac{di_C}{dt}\Big] + 3R[i_R - i_C] = u_C \tag{1.31}$$

koji posle upotrebe izraza 1.28 postaje

$$L\Big[-\frac{1}{R}\frac{du_C}{dt} - C\frac{d^2u_C}{dt^2}\Big] + 3R\Big[\frac{E}{R} - \frac{u_C}{R} - C\frac{du_C}{dt}\Big] = u_c \tag{1.32}$$

Sređivanjem ovog izraza

$$\begin{aligned} -LC\frac{d^2u_C}{dt^2} - \frac{du_C}{dt}\Big[\frac{L}{R} + 3RC\Big] - 3u_C - u_C &= -3R\frac{E}{R} \\ LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{du_C}{dt}\Big[\frac{L}{R} + 3RC\Big] + 4u_C &= 3E \end{aligned} \tag{1.33}$$

posle smene brojnih vrednosti se dobija jednačina

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 4\cdot 10^3\frac{du_C}{dt} + 4\cdot 10^6 u_C = 30\cdot 10^6 \tag{1.34}$$

koja ima istu karakterističnu jednačinu (pri rešavanju homogenog dela) kao kada je kolo rešavano preko struje kalema. Zbog dvostrukog rešenja karakteristične jednačine se dobija

$$u_{Ch}(t) = (K_3 + K_4 t)e^{-2000t}. \tag{1.35}$$

Kako je pobudni generator konstantne vrednosti, takvo je i partikularno rešenje, tj. $u_{Cp}(t) = K_5$, tako da su izvodi $\frac{du_{Cp}}{dt}$ i $\frac{d^2u_{Cp}}{dt^2}$ jednaki nuli. Partikularno rešenje mora da zadovolji polaznu diferencijalnu jednačinu tako da se smenom u izraz 1.34 dobija

$$0 + 0 + 4\cdot 10^6 K_5 = 30\cdot 10^6 \qquad \Longrightarrow K_5 = 7.5(V) \tag{1.36}$$

Dakle napon na kondenzatoru je oblika

$$u_C(t) = u_{Cp}(t) + u_{Ch}(t) = 7.5 + (K_3 + K_4 t)e^{-2000t} \quad \text{za} \quad t > 0 \tag{1.37}$$

a konstante K_3 i K_4 se određuju na osnovu početnih uslova. Kako je poznat početni napon na kondenzatoru $u_C(0+) = -10V$, smenom $t = 0$ u izraz 1.37 dobija se

$$7.5 + (K_3 + K_4\cdot 0)e^0 = -10 \tag{1.38}$$

odakle se dobija da je $K_3 = -17.5$, posle čega je napon na kondenzatoru dat izrazom

$$u_C(t) = 7.5 + (-17.5 + K_4 t)e^{-2000t}. \tag{1.39}$$

Konstantu K_4 određujemo na osnovu drugog početnog uslova, poznate početne struje kroz kalem. Na osnovu kola sa slike 1.4, koja opisuje kolo u trenutku $t = 0^+$ određuje se struja kroz kondenzator, data izrazom 1.23 ($i_C(0^+) = 1.75A$), odakle se dobija

$$C\frac{du_C}{dt}|_{t=0^+} = i_C(0^+) = 1.75 \quad \Longrightarrow \quad \frac{du_C}{dt}|_{t=0^+} = \frac{i_C(0^+)}{C} = 17500. \tag{1.40}$$

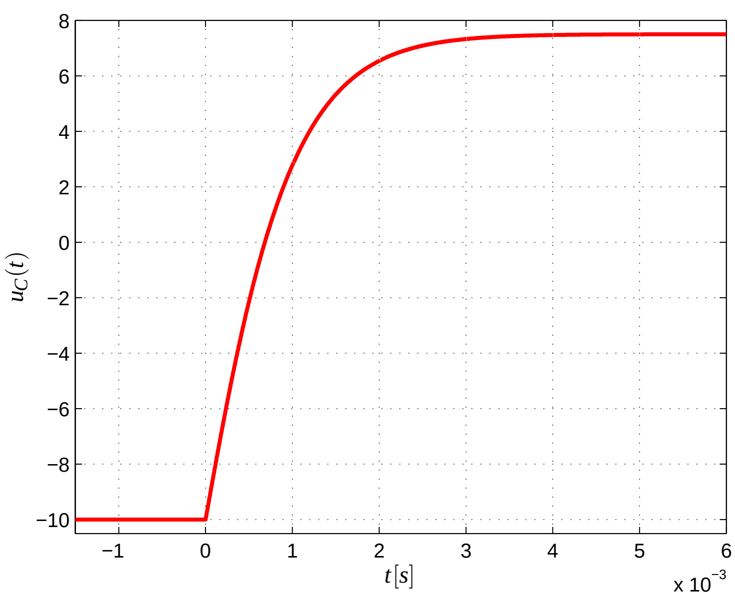
Diferenciranjem izraza 1.39 se dobija

$$\begin{aligned} \frac{du_C}{dt}|_{t=0^+} = \left\{0 + (-17.5)(-2000)e^{-2000t} + \left[K_4 e^{-2000t} + K_4 t \cdot (-2000)e^{-2000t}\right]\right\}|_{t=0} = 17500 \\ 35000 + K_4 = 17500 \end{aligned} \tag{1.41}$$

odakle zaključujemo da je $K_4 = -17500$, odnosno za napon na kondenzatoru se dobija

$$u_C(t) = 7.5 - (17.5 + 17500t)e^{-2000t} \qquad \text{za} \qquad t > 0 \tag{1.42}$$

i ovaj napon je prikazan na slici 1.6 u prvih 6 ms posle zatvaranja prekidača(napon na kondenzatoru pre zatvaranja prekidača (za $t < 0$) je bio $10V$, ali suprotnog polariteta u odnosu na usvojeni za $t > 0$ i to je razlog da na slici 1.6 ima vrednost $-10V$.



Sl. 1.6: Napon na kondenzatoru $u_C(t)$.

Smenom izraza 1.42 u

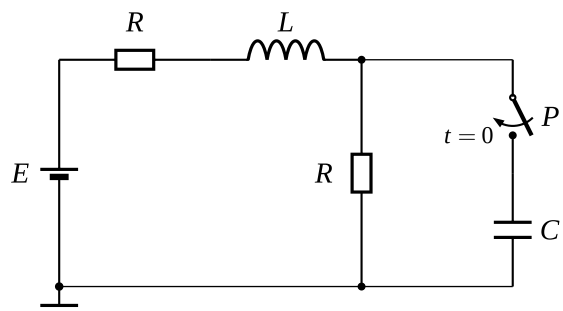
$$i_L = i_R - i_C = [\frac{E}{R} - \frac{u_C}{R}] - C\frac{du_C}{dt} \tag{1.43}$$

dobija se struja kroz kalem za $t > 0$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= 1 - \left[0.75 - (1.75 + 1750t)e^{-2000t}\right] \\ &\quad - 10^{-4}\left[17.5 \cdot 2000e^{-2000t} - 17500e^{-2000t} + 17500 \cdot 2000 \cdot te^{-2000t}\right] \\ &= 0.25 - 1750te^{-2000t} \end{aligned} \tag{1.44}$$

što je isti rezultat dobijen i rešavanjem kola preko i_L (izraz 1.27).

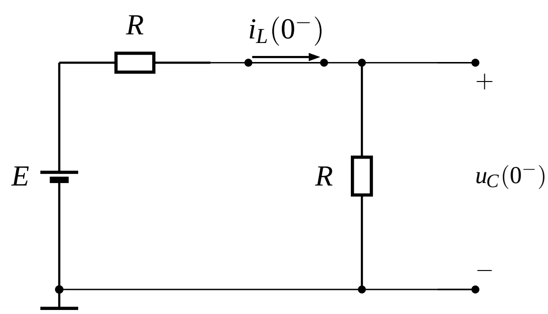
Zadatak 2. Kolo sa slike 1.7 se nalazi u stacionarnom stanju. U trenutku $t = 0$ prekidač se zatvara. Odrediti struju kroz kalem $i_L(t)$ posle komutacije. Poznato je: $E = 2V$, $R = 1\Omega$, $L = 0.1mH$, $C = 100\mu F$.



Sl. 1.7:

Rešenje:

U stacionarnom stanju, u trenutku $t = 0^-$, vrednost sruje kroz kalem može biti određena sa slike 1.8



Sl. 1.8:

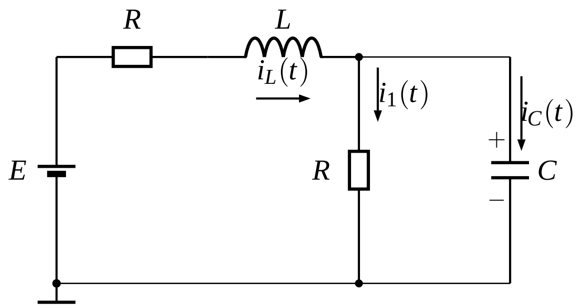
$$i_L(0^-) = \frac{E}{2R} = 1(A) \tag{1.45}$$

dok je početni napon na kondenzatoru $u_C(0^-) = 0V$. Posle zatvaranja prekidača u kolo se uključuje i grana sa kondenzatorom kako je prikazano na slici 1.9.

Kolo će biti rešeno formiranjem diferencijalne jednačine po promenljivoj $u_C(t)$. Sa slike 1.9 se uočava da je

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} \qquad \text{i} \qquad i_1 = \frac{u_C}{R} \tag{1.46}$$

pomoću kojih se dobija struja kalema



Sl. 1.9:

$$i_L = i_C + i_1 = C\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R}. \tag{1.47}$$

Zatvaranjem konture kroz kondenzator i bateriju formiramo jednačinu

$$u_C + u_L + u_R = E \qquad u_C + L\frac{di_L}{dt} + Ri_L = E \tag{1.48}$$

Smenom 1.47 u 1.48 se dobija

$$u_C + L\left[C\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{du_C}{dt}\right] + R\left[C\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R}\right] = E \tag{1.49}$$

odakle se posle sređivanja izraza dobija diferencijalna jednačina

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{du_C}{dt}\left[RC + \frac{L}{R}\right] + u_C(1+1) = E. \tag{1.50}$$

Posle smene vrednosti L, C, R i E se dobija diferencijalna jednačina

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2\cdot 10^4\frac{du_C}{dt} + 2\cdot 10^8 u_C = 2\cdot 10^8 \tag{1.51}$$

kojoj odgovara karakteristična jednačina

$$s^2 + 2\cdot 10^4 s + 2\cdot 10^8 = 0 \tag{1.52}$$

čija su rešenja

$$s_{1,2} = \frac{-2\cdot 10^4 \pm \sqrt{4\cdot 10^8 - 4\cdot 2\cdot 10^8}}{2} = -10^4 \pm j10^4. \tag{1.53}$$

Konjugovano kompleksnim rešenjima homogene diferencijalne jednačine odgovaraju konjugovano kompleksne konstante ($K_1 \pm jK_2$) na osnovu čega zaključujemo da je rešenje homogenog dela jednačine oblika

$$\begin{aligned}
u_{Ch}(t) &= (K_1 + jK_2)e^{s_1 t} + (K_1 - jK_2)e^{s_2 t} = (K_1 + jK_2)e^{-10^4 t}e^{j10^4 t} + (K_1 - jK_2)e^{-10^4 t}e^{-j10^4 t} \\
&= e^{-10^4 t}\left[(K_1 + jK_2)(\cos(10^4 t) + j\sin(10^4 t)\right] + e^{-10^4 t}\left[(K_1 - jK_2)(\cos(10^4 t) - j\sin(10^4 t)\right] \\
&= e^{-10^4 t}\left[K_1\cos(10^4 t) + jK_2\cos(10^4 t) + jK_1\sin(10^4 t) - K_2\sin(10^4 t)\right] \\
&+ e^{-10^4 t}\left[K_1\cos(10^4 t) - jK_2\cos(10^4 t) - jK_1\sin(10^4 t) - K_2\sin(10^4 t)\right] \\
&= e^{-10^4 t}\left[2K_1\cos(10^4 t) - 2K_2\sin(10^4 t)\right] \\
&= e^{-10^4 t}\left[C_1\cos(10^4 t) + C_2\sin(10^4 t)\right]
\end{aligned} \tag{1.54}$$

pri čemu smo u zadnjem izrazu uveli smenu $C_1 = 2K_1$ i $C_2 = -2K_2$, tako da se konačno rešenje umesto kompleksnim funkcijama($e^{\sigma \pm j\omega}$) i konstantama ($K_1 \pm jK_2$) opisuje realnim funkcijama (cos i sin) i realnim konstantama (C_1 i C_2).

Kako je u diferencijalnoj jednačini 1.50 sa desne strane znaka jednakosti prisutna konstanta, takvo će biti i partikularno rešenje, zbog čega su njegovi prvi i drugi izvod po vremenu jednaki nuli, tj.

$$u_{Cp}(t) = K, \qquad \frac{du_{Cp}}{dt} = 0 \qquad \text{i} \qquad \frac{d^2u_{Cp}}{dt^2} = 0. \tag{1.55}$$

Smenom ovih vrednosti u polaznu diferencijalnu jednačinu 1.51 se dobija izraz

$$0 + 2\cdot 10^4 \cdot 0 + 2\cdot 10^8 \cdot K = 2\cdot 10^8 \tag{1.56}$$

odkale se dobija da je

$$K = 1(V) \tag{1.57}$$

a potpuni izraz za napon kondenzatora dat izrazom

$$u_C(t) = u_{Cp}(t) + u_{Ch}(t) = 1 + e^{-10^4 t}[C_1\cos(10^4 t) + C_2\sin(10^4 t)]. \tag{1.58}$$

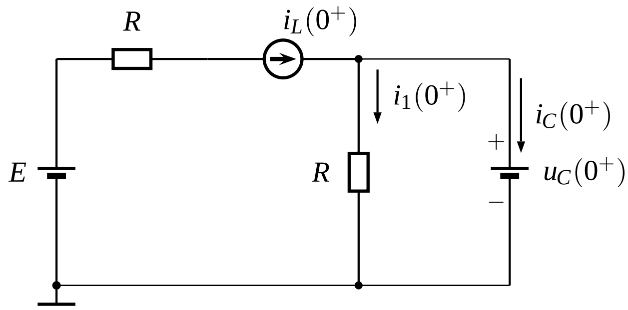
Konstante C_1 i C_2 se određuju iz početnih uslova, tako da se na osnovu poznatog napona na kondenzatoru u trenutku uključivanja prekidača dobija

$$\begin{aligned}
u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0& \\
&= \left\{1 + e^{-10^4 t}[C_1\cos(10^4 t) + C_2\sin(10^4 t)]\right\}|_{t=0} \\
&= 1 + 1\cdot\left[C_1 + 0\right] \\
&\Longrightarrow C_1 = -1.
\end{aligned} \tag{1.59}$$

Dakle, napon na kondenzatoru je oblika

$$u_C(t) = 1 + e^{-10^4 t}\left[-\cos(10^4 t) + C_2\sin(10^4 t)\right]. \tag{1.60}$$

U trenutku $t = 0^+$ struja kroz kondenzator (srazmerna izvodu napona na kondenzatoru, na osnovu čega ćemo odrediti preostalu konstantu C_2) može biti određena sa slike 1.10 koja uspešno menja kolo **samo** u trenutku $t = 0^+$ tj. ne važi za $t > 0$.



Sl. 1.10:

Kako je

$$i_1(0^+) = \frac{u_C(0^+)}{R} = \frac{0}{1} = 0(A) \tag{1.61}$$

zaključujemo da je

$$i_C(0^+) = i_L(0^+) = 1(A) = C\frac{du_C}{dt}|_{t=0^+} \Longrightarrow \frac{du_C}{dt}|_{t=0^+} = \frac{1}{C} = 10^4. \tag{1.62}$$

Diferenciranjem izraza 1.60

$$\frac{du_C}{dt} = 0 + (-10^4)e^{-10^4t}\left[-\cos(10^4t) + C_2\sin(10^4t)\right] + e^{-10^4t}\left[10^4\sin(10^4t) + 10^4C_2\cos(10^4t)\right], \tag{1.63}$$

smenom $t = 0$ i izjednačavanjem sa 1.62 se dobija

$$10^4 = -10^4\left[-1 + C_2\cdot 0\right] + 1\cdot\left[10^4\cdot 0 + 10^4C_2\right] \tag{1.64}$$

odakle se dobija da je $C_2 = 0$ a konačan izraz za napon na kondenzatoru glasi

$$u_C(t) = 1 - e^{-10^4t}\cos(10^4t)(V) \qquad \text{za} \qquad t > 0 \tag{1.65}$$

čiji je grafik dat na slici 1.11.

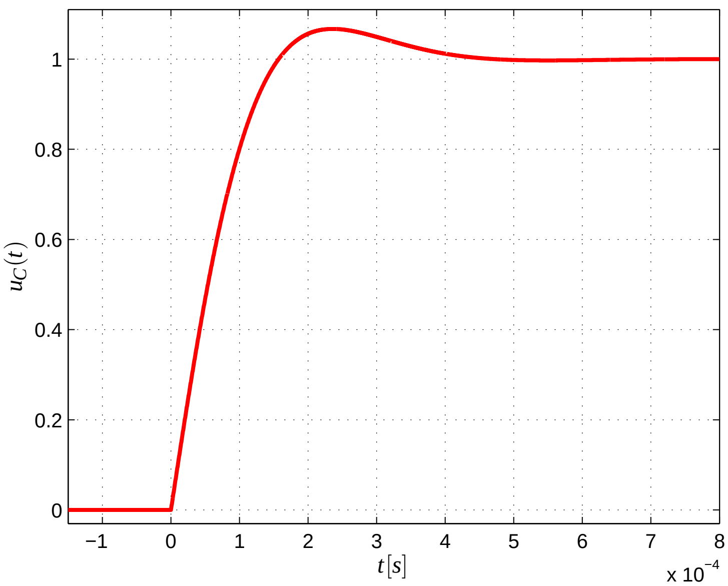
Struja kroz kalem za $t > 0$, može biti određena smenom izraza 1.65 u 1.47. Kako je pokazano u prethodnom zadatku i ovo kolo ne mora biti rešavano preko napona na kondenzatoru. Izborom struje kroz kalem za promenljivu po kojoj formiramo diferencijalnu jednačinu koja opisuje kolo za $t > 0$, postupak bi bio sledeći. Zatvarajući konturu vidimo da je napon na kondenzatoru jednak

$$uc(t) = E - Ri_L - L\frac{di_L}{dt}. \tag{1.66}$$

Na osnovu ovoga lako odeređujemo struju kroz kondenzator i otpornik kao

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = C\left[-R\frac{di_L}{dt} - L\frac{d^2i_L}{dt^2}\right] \qquad i_1 = \frac{u_C}{R} = \frac{E}{R} - i_L - \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} \tag{1.67}$$

U izrazima iz jednačine 1.67 obe struje su date u zavisnosti od struje kalema, tako da se na osnovu veze



Sl. 1.11: Napon na kondenzatoru $u_C(t)$.

$$i_L = i_1 + i_C \tag{1.68}$$

smenom 1.67 dobija diferencijalna jednačina

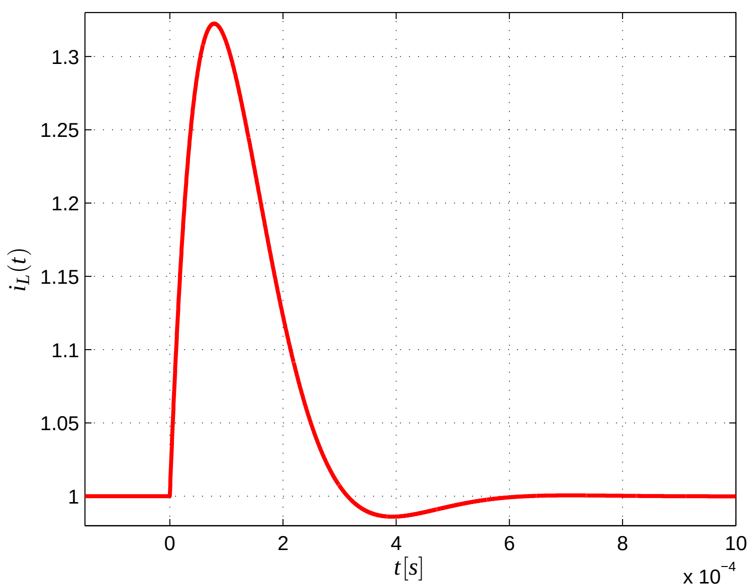
$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2 \cdot 10^4 \frac{di_L}{dt} + 2 \cdot 10^8 = 2 \cdot 10^8. \tag{1.69}$$

Napomenimo da se izborom nove promenljive (umesto u_C sada koristimo i_L) po kojoj se formira diferencijalna jednačina koja opisuje kolo za $t > 0$, dobija u opštem slučaju samo ista karakteristična homogena jednačina a desni deo jednačine (konstanta $2 \cdot 10^8$) može da ima drugu vrednost (igrom slučaja je u obe diferencijalne jednačina dobijena ista konstanta). Posle rešavanja jednačine do kraja (prepuštamo čitaocima da ponove postupak) i određivanja konstanti dobija se izraz

$$i_L(t) = 1 + e^{-10^4 t} \sin(10^4 t)(A) \qquad \text{za} \qquad t > 0 \tag{1.70}$$

čiji je grafik do prvih $100\mu s$ prikazan na slici 1.12.

Uočavamo da struja ima sinusnu prirodu (oscilatornu) sa amplitudom koja brzo konvergira ka nuli (amplituda je data funkcijom $e^{-10^4 t}$), tako da posle $100\mu s$, preostaje samo jednosmerna komponenta vrednosti 1A.



Sl. 1.12: Struja kroz kalem $i_L(t)$.

Literatura